

शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र दिल्ली

अभ्यास प्रश्न पत्र -1

(सत्र : 2023-24)

कक्षा - XII

गणित (कोड: 041)

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक: 80

सामान्य निर्देश:

- इस प्रश्न पत्र में पाँच खंड हैं - ए ,बी ,सी ,डी तथा ई ,प्रत्येक खंड अनिवार्य है। यद्यपि कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया है।
- भाग ए में 18 प्रश्न ,बहुविकल्पीय तथा 2 अभिकथन-कारण प्रश्न प्रत्येक 1 अंक का है (20 अंक)
- भाग बी में 5 अति लघु उत्तर (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं (10 अंक)
- भाग सी में 6 लघु उत्तर (SA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं (18 अंक)
- भाग डी में 4 में दीर्घ उत्तर (LA)प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं (20 अंक)
- भाग ई में 3 स्रोत आधारित /गद्यांश /क्षमता प्रकरण अध्ययन / एसेसमेंट की एकीकृत इकाई पर आधारित प्रश्न जिसमें प्रत्येक प्रश्न (उपभाग सहित) 4 अंक का है (12 अंक)

खंड - ए		
Section – A		
प्रश्न संख्या 1-18 ,बहुविकल्पीय प्रकार के प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।		
1.	फलन $\cos^{-1}(2x-1)$ का प्रांत है:	1
	(a) $[0,1]$	(b) $[-1,1]$
	(c) $(-1,1)$	(d) $[0, \pi]$
2.	यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 2 & 1 & c \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है तो $(a+b+c)$ का मान होगा ?	1
	(a) 9	(b) 8
	(c) 7	(d) 6
3.	यदि आव्यूह $A = [0 \ 1 \ 2]_{1 \times 3}$ है, तो आव्यूह AA^T है (जहाँ A^T आव्यूह A का परिवर्त है)।	1
	(a) $[0]$	(b) $[3]$
	(c) $[5]$	(d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

4.

$$\text{यदि } A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

तब $|\text{adj } A|$ का मान होगा :

1

(a) 6

(b) $1/6$

(c) 31

(d) 216

5.

यदि आव्यूह A, B तथा C इस प्रकार हैं कि $A_{p \times 4} \cdot B_{q \times 5} = C_{2 \times 5}$ तब $p^2 - q^2$ मान होगा?

1

(a) -12

(b) 12

(c) 16

(d) -16

6.

$x \leq 3$ तथा $y \geq 3$ का आलेख स्थित है :

1

(a) प्रथम और द्वितीय चतुर्थांश

(b) द्वितीय और तृतीय चतुर्थांश

(c) तृतीय और चतुर्थ चतुर्थांश

(d) प्रथम और चतुर्थ चतुर्थांश

7.

अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$ के कोटि और घात का योग है :

1

(a) 6

(b) 5

(c) 3

(d) 2

8.

$\sec^{-1} \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \sin^{-1} \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ का x के सापेक्ष अवकलज है:

1

(a) 0

(b) 1

(c) x (d) x^2

9.

$\int \frac{x^3}{x+1} dx$ बराबर है :

1

(a) $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log|1-x| + C$ (b) $x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log|1-x| + C$ (c) $x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log|1+x| + C$ (d) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log|1+x| + C$

10.

$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ का समाकलन गुणक(I. F) है :

1

(a) x^3 (b) x^2 (c) x^4 (d) x

<p>11. अवकल समीकरण $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = \frac{d^2y}{dx^2}$ की घात है:</p>	<p>(a) 4 (b) $\frac{3}{2}$ (c) परिभाषित नहीं (d) 2</p>	<p>1</p>
<p>12. सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ का $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ पर प्रक्षेप है:</p>	<p>(a) $\frac{2}{\sqrt{14}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{14}}$ (c) $\frac{3}{\sqrt{14}}$ (d) $\frac{-2}{\sqrt{14}}$</p>	<p>1</p>
<p>13. एक समांतर चतुर्भुज जिसके विकर्ण $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{j}$ हैं, का क्षेत्रफल होगा: :</p>	<p>(a) $10\sqrt{3}$ (b) $5\sqrt{3}$ (c) 8 (d) 4</p>	<p>1</p>
<p>14. यदि $= \vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ तब \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण होगा :</p>	<p>(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 0 (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$</p>	<p>1</p>
<p>15. किसी रेखा के दिक् - अनुपात $1, 3, 5$ हैं तो इसके दिक् - कोसाइन होंगे :</p>	<p>(a) $\frac{1}{\sqrt{35}}, \frac{3}{\sqrt{35}}, \frac{5}{\sqrt{35}}$ (b) $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{9}$ (c) $\frac{5}{\sqrt{35}}, \frac{3}{\sqrt{35}}, \frac{1}{\sqrt{35}}$ (d) इनमें से कोई नहीं</p>	<p>1</p>
<p>16. दो स्वतंत्र घटनाओं A तथा B के लिए यदि $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$, $P(A) = \frac{2}{5}$ हो तो P(B) का मान होगा :</p>	<p>(a) $\frac{5}{9}$ (b) $\frac{4}{9}$ (c) $\frac{2}{9}$ (d) $\frac{3}{9}$</p>	<p>1</p>
<p>17. व्यवरोधों $x \leq 20$, $y \geq 10$ तथा $x, y \geq 0$, के अंतर्गत $Z = x + y$ का न्यूनतम मान है:</p>	<p>(a) 0 (b) 10 (c) 20 (d) 30</p>	<p>1</p>

<p>18. एक ऐखिक प्रोग्रामन समस्या के उद्देश्य फलन $Z=11x+7y$ तथा सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दु $(3, 2), (0, 5), (0, 3)$ हैं तो Z का नूनतम मान जिस बिन्दु पर होगा वह है :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">(a) $(3, 2)$</td><td style="width: 50%;">(b) $(0, 5)$</td></tr> <tr> <td>(c) $(0, 3)$</td><td>(d) इनमें से कोई नहीं</td></tr> </table>	(a) $(3, 2)$	(b) $(0, 5)$	(c) $(0, 3)$	(d) इनमें से कोई नहीं	1
(a) $(3, 2)$	(b) $(0, 5)$				
(c) $(0, 3)$	(d) इनमें से कोई नहीं				
<p>अभिकथन-तर्क आधारित प्रश्न</p> <p>निम्नलिखित प्रश्नों में अभिकथन (A) के बाद कारण (R) दिया गया है। निम्नलिखित विकल्पों में से सही विकल्प का चुनाव कीजिए।</p> <p>(a) A तथा R दोनों सत्य हैं और R, A की सही व्याख्या है।</p> <p>(b) A तथा R दोनों सत्य हैं परंतु R, A की सही व्याख्या नहीं है।</p> <p>(c) A सत्य है परंतु R असत्य है।</p> <p>(d) A असत्य है परंतु R सत्य है।</p>					
<p>19. अभिकथन (A): $c \cos^{-1}(\cos(\frac{7\pi}{6})) = \frac{5\pi}{6}$</p> <p>कारण (R): $\cos^{-1}(\cos x) = x$, सभी $x \in (10, \pi)$ के लिए।</p>	1				
<p>20. अभिकथन (A): यदि कोई रेखा निर्देशांक अक्षों की धनात्मक दिशा के साथ कोण α, β, γ बनाती है तो $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$</p> <p>कारण (R): किसी रेखा के दिक्-कोसाइन के वर्गों का योग 1 है।</p>	1				
<p>खंड बी</p> <p>इस खंड में पाँच अति लघु उत्तर (VSA) वाले प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।</p>					
<p>21. एक प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन $f(x)$ का आलेख नीचे दिया गया है। आलेख का अवलोकन कीजिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।</p> <p>(i) $f(\frac{-1}{2})$ का मान क्या है?</p> <p>(ii) यदि $f(x) = \frac{\pi}{4}$, हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।</p>	2				
<p>22. दिखाईए कि f में फलन $A=R-\left\{\frac{2}{3}\right\}$ जो $f(x)=\frac{4x+3}{6x-4}$ द्वारा परिभाषित है एकेकी है:</p>	2				
<p>23. यदि $y=x^y$, तब $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। अथवा यदि $y=\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।</p>	2				
<p>24. एक कण वक्र $x^2=2y$ के साथ चलता है। किस बिन्दु पर, कोटि के बढ़ने पर भुज उसी दर से बढ़ता है?</p>	2				

25.	$\int \frac{\log x}{(1+\log x)^2} dx$ ज्ञात कीजिए । $\int_0^1 \tan^{-1}\left(\frac{1-2x}{1+x-x^2}\right) dx$ का मान ज्ञात कीजिए । अथवा खंड सी इस खंड में छह : लघु उत्तर (SA)वाले प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।	2
26.	यदि $x=a\sin^2\theta$, $y=a\cos^2\theta$ हो, तब ज्ञात कीजिए $\frac{d^2y}{dx^2}$	3
27.	एक बैग A में 4 काली गेंदें और 6 लाल गेंदें हैं और बैग B में 7 काली और 3 लाल गेंदें हैं। एक पासा फेंका जाता है। यदि उस पर 1 या 2 दिखाई देते हैं, तो बैग A को चुना जाता है, अन्यथा बैग B को चुना जाता है। यदि चयनित बैग से दो गेंदों को यादचिक रूप से (प्रतिस्थापन के बिना) निकाला जाता है, तो उनमें से एक के लाल और दूसरे के काले होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। अथवा 15 बल्बों के ढेर में से जिसमें 5 खराब हैं, दो बल्बों का एक नमूना यादचिक रूप से (बिना प्रतिस्थापन के) निकाला जाता है। खराब बल्बों की संख्या का प्रायिकता वितरण ज्ञात कीजिए।	3
28.	ज्ञात कीजिए $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1+\tan x) dx$ अथवा ज्ञात कीजिए $\int e^x \cdot \sin x dx$	3
29.	समीकरण $(1+x^2)dy+2xydx=cot x dx$ का सामान्य हल ज्ञात कीजिए। अथवा निम्न अवकल समीकरण $(x^2-y^2)dx+2xydy=0$ को हल कीजिए।	3
30.	व्ययवरोधों $x+y \leq 50, 3x+y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$ के अंतर्गत $Z=4x+y$ का अधिकतमिकरण कीजिए। रेखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफ विधि से हल कीजिए।	3
31.	वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिस पर फलन $f(x)=2x^3-9x^2+12x+15$ निरंतर वर्धमान तथा निरंतर ह्रासमान है।	3
	खंड डी इस खंड में चार दीर्घ उत्तर (LA)वाले प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।	
32.	वक्र $4y=3x^2$ और रेखा $2y=3x+12$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।	5
33.	यदि N सभी प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है तथा $R, N \times N$ पर तुल्यता संबंध है जो $(a,b) \in R(c,d)$ द्वारा परिभाषित है। यदि $ad(b+c)=bc(a+d)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।	5
34.	निम्नलिखित दी गई रेखाओं $\vec{r}=(8+3\lambda)\hat{i}-(9+16\lambda)\hat{j}+(10+7\lambda)\hat{k}$ तथा $\vec{r}=15\hat{i}+29\hat{j}+5\hat{k}+\mu(3\hat{i}+8\hat{j}-5\hat{k})$ के बीच की लघुतम दूरी ज्ञात कीजिए। अथवा उस रेखा की सदिश तथा कार्तिये समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, 1, 1)$ से गुजरती हो तथा रेखाओं $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ तथा $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ पर लम्बवत हो। दोनों रेखाओं के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।	5
35.	गुणनफल AB का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ : $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ -4 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ अतः रेखिक समीकरण निकाये को हल कीजिए। अथवा	5

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ हो तो $A^2 - 5A + 4I$ जात कीजिए तथा आव्यूह X इस प्रकार जात कीजिए ताकि $A^2 - 5A + 4I + X = 0$ हो।

खंड ई

स्रोत आधारित /गद्यांश /क्षमता प्रकरण अध्ययन / एसेसमेंट की एकीकृत इकाई प्रश्न

36.

रेखा $\frac{x-6}{1} = \frac{2-y}{2} = \frac{z-2}{2}$ के किनारे सड़क पर एक बाइक दौड़ रही है

जबकि एक हवाई जहाज रेखा $\frac{x+4}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-2}$ के साथ अंतरिक्ष में उड़ रहा है



ऊपर दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- (i) दोनों रेखाओं के समीकरण सदिश रूप में लिखिए।
- (ii) दी गई रेखाओं पर लंबवत एक सदिश जात कीजिए।
- (iii) दोनों विषमतलीय रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी जात कीजिए।

अथवा

(iii) λ के किस मान के लिए रेखाएँ $\frac{x-6}{1} = \frac{2-y}{2} = \frac{z-2}{2}$ तथा

$$\frac{x+4}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-2}$$

एक दूसरे को काटती हैं?

37.

स्मार्ट सिटी इंदौर में 100 घरों वाली एक आवासीय सोसायटी में 10-15 साल की उम्र के बीच के 60 बच्चे थे। उन्हें उनके शिक्षक ने बायोडिग्रेडेबल कचरे का पुनर्योग सुनिश्चित करने के लिए खाद बनाना शुरू करने के लिए प्रेरित किया था। इस उद्देश्य के लिए प्रत्येक बच्चे को केवल अपने घर के लिए ऐसा करने के बजाय रेजिडेंट्स वेलफेर एसोसिएशन को एक सामाजिक पहल के रूप में ऐसा करने के लिए राजी किया। इसके लिए उन्होंने एक स्थानीय पार्क में एक वर्गकार क्षेत्र की पहचान की। स्थानीय अधिकारियों ने जगह के लिए ₹50 प्रति वर्ग मीटर की दर से शुल्क लिया ताकि जगह का दुरुपयोग न हो और रेजिडेंट वेलफेर एसोसिएशन इसे गंभीरता से लेता है। एसोसिएशन ने खुदाई के लिए एक मजदूर को 250 मीटर³ रूपये पर काम पर रखा और उसने ₹400 x या x (गहराई)² शुल्क लिया। (एसोसिएशन प्रति वर्ग मीटर न्यूनतम लागत रखना चाहेगी।

1+1+2

1+1+2



ऊपर दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित का उत्तर दें:

(i) यदि वर्गाकार भूखंड की भुजा x मीटर है और गहराई h मीटर है तो गड्ढे की लागत C ज्ञात कीजिये

.(ii) h का मान (मीटर में) जिसमें c का मान ज्ञात कीजिए। ताकि $\frac{dc}{dh} = 0$

(iii) $\frac{d^2c}{dh^2}$ का मूल्य क्या है?

अर्थवा

(iii) न्यूनतम लागत के लिए x का मान (मीटर में) ज्ञात कीजिए।

38.

रूस और यक्रेन के बीच युद्ध में ब्रिटेन ने यक्रेन को A और B नामक दो प्रकार की नई विमान भेदी बंदूकें प्रदानी कीं जिनका उपयोग यक्रेनी सेना ने रूस के 'आत्मघाती ड्रोन' को रोकने के लिए किया था। उनसे दागे गए गोले के हवाई जहाज से टकराने की संभावनाएँ क्रमशः 0.3 और 0.2 हैं। दोनों ने एक ही समय में एक हवाई जहाज पर एक-एक गोला दागा।



2+2

ऊपर दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- (i) इसकी क्या संभावना है कि उनमें से ठीक एक से निकला गोला विमान से टकराया?
- (ii) यदि यह जात है कि उनमें से ठीक एक से दागा गया गोला विमान से टकराया है, तो इसकी क्या संभावना है कि वह B से दागा गया था?